

Wpływ doboru miar odległości na ranking obiektów otrzymanych metodą Hellwiga

Kacper Dulewicz

Politechnika Białostocka, Wydział Informatyki

e-mail: 80738@student.pb.edu.pl

Marzena Filipowicz-Chomko 

Politechnika Białostocka, Wydział Informatyki

e-mail: m.filipowicz@pb.edu.pl

DOI: 10.24427/az-2024-0034

Streszczenie

Celem pracy jest przedstawienie jednej z metod porządkowania liniowego – metody Hellwiga z wykorzystaniem różnych miar odległości, a następnie zbadanie czy zastosowane miary mają wpływ na ranking końcowy obiektów. W modyfikacji metody zastosowano następujące odległości: Manhattan, Czebyszewa, Cosinusową oraz Mahalanobisa. To podejście zostało wykorzystane do oceny państw Unii Europejskiej w kontekście poziomu zaufania obywateli krajów UE do wybranych instytucji. Dane pochodzą z badania opinii publicznej przeprowadzonego przez Komisję Europejską pod nazwą Standard Eurobarometer 98 – Winter 2022-2023 i pokazują procent obywateli danego kraju, którzy ufają instytucjom, takim jak policja, media, opieka medyczna czy NATO. Ponadto przeprowadzona została analiza współzależności rankingów za pomocą współczynników korelacji rang Spearmana oraz tau Kendalla. W rezultacie otrzymano pięć rankingów państw Unii Europejskiej pod względem poziomu zaufania. Zastosowanie w metodzie Hellwiga różnych miar odległości miało wpływ na rankingi końcowe, choć współczynniki korelacji w wielu przypadkach wskazywały na silną korelację.

Słowa kluczowe

metoda Hellwiga, ranking obiektów, miary odległości, analiza porównawcza

Wstęp

Współczesne metody analizy danych wymagają coraz bardziej zaawansowanych narzędzi i podejść, aby dokładnie zrozumieć złożone struktury występujące w danych wielowymiarowych. Jednym z takich obszarów, jest porządkowanie liniowe obiektów, umożliwiające hierarchiczne uporządkowanie elementów na podstawie wielu zmiennych. W literaturze znanych jest wiele metod porządkowania liniowego [Panek, 2009; Młodak, 2006]. Wśród tych metod ważne miejsce zajmują procedury oparte na konstrukcji tzw. zmiennej syntetycznej (zagregowanej). W literaturze można wyróżnić między innymi propozycje przedstawione przez Perkala [1953]; Hellwiga [1968]; Bartosiewicz [1976]; Nowaka [1977]; Strahl [1978]; Borysa [1978]; Hwang i Yoon [1981]; Kukulę [1994; 2000]; Walesiaka [2014], czy Kisielińską [2016].

Celem artykułu jest propozycja modyfikacji jednej z wyżej wymienionych technik - metody Hellwiga poprzez zastąpienie w jej algorytmie oryginalnie stosowanej odległości Euklidesowej innymi miarami odległości tzn. odległością Manhattan, odległością Czebyszewa, odległością Cosinusową oraz odległością Mahalanobisa. To podejście pozwoli odpowiedzieć na pytanie: Czy wybór metody odległości ma wpływ na ranking końcowy badanych obiektów?

Do implementacji zmodyfikowanej metody Hellwiga oraz weryfikacji postawionego pytania zastosowano dane dotyczące poziomu zaufania obywateli krajów Unii Europejskiej (UE) do instytucji takich jak policja, media, opieka medyczna czy NATO pochodzące z badania opinii publicznej przeprowadzonego przez Komisję Europejską pod nazwą Standard Eurobarometer 98 – Winter 2022-2023. Dane te pozwoliły na konstrukcję rankingów państw UE za pomocą metody Hellwiga z różnymi miarami odległości oraz zbadać czy zastosowane miary generują istotne różnice w ostatecznych rankingach.

Artykuł składa się z czterech rozdziałów. W rozdziale pierwszym został zaprezentowany algorytm klasycznej metody Hellwiga oraz jego modyfikacja z różnymi miarami odległości. Rozdział drugi zawiera charakterystykę zbioru danych. W rozdziale trzecim zastosowano metodę Hellwiga wraz z jej modyfikacją do oceny poziomu zaufania obywateli państw UE. Rozdział czwarty zawiera analizę otrzymanych wyników. Artykuł kończy się podsumowaniem całej pracy.

1. Metoda Hellwiga

Metoda Hellwiga znana też pod nazwą taksonomiczna miara rozwoju została opracowana przez Zdzisława Hellwiga w 1968 r. [Hellwig, 1968]. Metoda pozwala

na uszeregowanie obiektów (np. krajów) od najgorszego do najlepszego na podstawie poziomu rozwoju ocenianego zjawiska. Dla każdego aspektu analizowanego zjawiska na podstawie przesłanek merytorycznych i statystycznych dobierany jest zestaw zmiennych diagnostycznych (wskaźników) oraz gromadzone są odpowiednie dane statystyczne. Następnie wyznaczana jest odległość euklidesowa każdego obiektu od obiektu wzorcowego tzw. wzorca rozwoju, a na jej podstawie obliczany syntetyczny miernik rozwoju (zmienna syntetyczna). Klasyczny algorytm metody Hellwiga jest podobny do dobrze znanej i często stosowanej w badaniach procedury TOPSIS, [Hwang i Yoon, 1981]. Procedura TOPSIS wykorzystuje pojęcia odległości do rozwiązań idealnego i antyidealnego. Podstawowa koncepcja TOPSIS polega na tym, że wybrany obiekt powinien mieć najmniejszą odległość do rozwiązania idealnego i największą odległość do rozwiązania antyidealnego. W przypadku metody Hellwiga wykorzystywana jest jedynie koncepcja rozwiązania idealnego. Warto wspomnieć, że metoda Hellwiga została zaproponowana na długo przed TOPSIS, bo w 1968 roku. Jednak w literaturze międzynarodowej pojawiła się dopiero w 1972 r. wraz z realizacją projektu badawczego UNESCO dotyczącego wskaźników zasobów ludzkich krajów słabiej rozwiniętych [Hellwig 1972a, b]. Inne wzmianki i zastosowania metody Hellwiga można znaleźć między innymi w pracach [Di Domizio, 2008], [Sokołowska i Filipowicz-Chomko, 2015], [Bąk, 2016], [Pawlas, 2016], [Reiff i in., 2016], [Roszkowska i in., 2022].

1.1. Algorytm klasycznej metody Hellwiga

Niech $\Omega = \{O_1, O_2, \dots, O_n\}$ będzie zbiorem obiektów. Każdy obiekt O_i ($i = 1, \dots, n$) jest opisany pewną liczbą m zmiennych $X_1, X_2, \dots, X_m$. Zmienne te ze względu na ich charakter dzielimy na stymulanty (ich wzrost wpływa na wzrost analizowanego zjawiska) oraz destymulanty (ich wzrost wpływa na spadek badanego zjawiska). Symbolem X_{ij} oznaczmy wartości j -tej zmiennej dla i -tego obiektu. Wartości te tworzą tzw. macierz obserwacji, którą krótko zapisujemy $X = [X_{ij}]$, dla $i = 1, 2, \dots, n$ oraz $j = 1, 2, \dots, m$.

Poniżej przedstawimy algorytm klasycznej metody Hellwiga uzupełniony o etap wyznaczania wag.

Etap 1 – Wyznaczenie zbioru obiektów i zmiennych diagnostycznych

Na tym etapie określone są obiekty O_i ($i = 1, \dots, n$) oraz zmienne X_j ($j = 1, \dots, m$), które dobierane są z uwzględnieniem kryteriów merytoryczno-formalnych, jak również procedur statystycznych [Panek, 2016].

Etap 2 – Wyznaczenie punktu idealnego (wzorca rozwoju), zgodnie z formułą:

$$X_j^+ = \begin{cases} \max_i X_{ij}, & \text{gdy } X_j \text{ jest stymulantą} \\ \min_i X_{ij}, & \text{gdy } X_j \text{ jest destymulantą} \end{cases}$$

dla $i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m$.

Etap 3 – Zdefiniowanie wektora wag $w = [w_1, \dots, w_m]$, gdzie $w_j > 0$ oraz $\sum_{j=1}^m w_j = 1$.

Etap 4 – Wyznaczenie znormalizowanego wektora $Z_i = [Z_{i1}, Z_{i2}, \dots, Z_{im}]$ dla i -tego obiektu zgodnie z formułą $Z_{ij} = \frac{X_{ij} - \bar{X}_j}{S_j}$, gdzie X_{ij} to wartość j -tej zmiennej dla i -tego obiektu, $\bar{X}_j$ i S_j to odpowiednio średnia arytmetyczna i odchylenie standardowe j -tej zmiennej.

Etap 5 – Wyznaczenie ważonego znormalizowanego i -tego wektora dla każdego obiektu $\tilde{Z}_i = [\tilde{Z}_{i1}, \dots, \tilde{Z}_{im}]$, gdzie $\tilde{Z}_{ij} = w_j \cdot Z_{ij}$.

Etap 6 – Obliczenie odległości euklidesowej (d_{i0}^E) i -tego obiektu od wzorca zgodnie ze wzorem:

$$d_{i0}^E = \sqrt{\sum_{j=1}^m (\tilde{Z}_{ij} - \tilde{Z}_j^+)^2},$$

gdzie $\tilde{Z}_j^+$ jest znormalizowanym ważonym punktem wzorcowym.

Etap 7 – Obliczenie syntetycznej miary rozwoju (zmiennej syntetycznej) dla każdego obiektu O_i zgodnie ze wzorem:

$$q_i = 1 - \frac{d_{i0}}{d_0},$$

gdzie d_{i0} to odległość i -tego obiektu od wzorca oraz $d_0 = \bar{d}_0 + 2s_d$, dla $\bar{d}_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_{i0}$, $s_d = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (d_{i0} - \bar{d}_0)^2}$.

Wartości zmiennej syntetycznej zwykle mieszczą się w przedziale $[0; 1]$. Istnieje małe prawdopodobieństwo tego, że skonstruowana miara będzie przekraczać wartość 1 [Hellwig, 1968].

Etap 8 – Wyznaczenie rankingu obiektów

Wartości syntetycznej miary rozwoju pozwalają na utworzenie rankingu zgodnie z zasadą, że im wyższa wartość miary, tym wyższa pozycja danego obiektu w rankingu.

1.2. Modyfikacja metody Hellwiga

Na przestrzeni lat klasyczna procedura Hellwiga [Hellwig, 1968] była stosowana w wielu obszarach i modyfikowana dla danych rzeczywistych [Roszkowska i Filipowicz-Chomko, 2021], zbiorów rozmytych [Łuczak i Wysocki, 2007], intuicjonistycznych zbiorów rozmytych [Jefmański, 2019], [Roszkowska, 2021] i zorientowanych intuicjonistycznych zbiorów rozmytych [Roszkowska i in., 2022].

Kluczowe pytania dotyczące stosowania metody Hellwiga są związane z charakterem i skalą pomiaru danych, a także z metodami obliczeniowymi stosowanymi na poszczególnych etapach algorytmu. W zaproponowanych w literaturze modyfikacjach algorytmu metody Hellwiga stosowane są różne metody normalizacji [Roszkowska i Filipowicz-Chomko, 2021], wyznaczania wag [Roszkowska i in., 2024], czy pomiaru odległości [Roszkowska i in., 2024]. Każda z modyfikacji prowadzi do pytania o wpływ zastosowanych rozwiązań na końcowy ranking obiektów.

W tej pracy badania koncentrują się na próbie odpowiedzenia na pytanie dotyczące wpływu wyboru metody odległości na ranking obiektów otrzymany metodą Hellwiga. Modyfikacja klasycznej metody Hellwiga będzie polegała na zastąpieniu odległości euklidesowej (Etap 6) innymi znanymi miarami odległości opisanymi poniżej (tab. 1).

Niech $x = (x_1, \dots, x_m), y = (y_1, \dots, y_m) \in X$. Liczbę d_{xy} nazywamy odległością między punktami x i y i definiujemy jednym z czterech wzorów przedstawionych w Tab. 1.

Tab. 1. Formuły zastosowanych w pracy metod odległości

Miara odległości	Formuła
Manhattan	$d_{xy}^{MT} = \sum_{j=1}^m X_{xj} - X_{yj} $
Czebyszewa	$d_{xy}^{CZ} = \max_j X_{xj} - X_{yj} $
Cosinusowa	$d_{xy}^{COS} = 1 - \frac{\sum_{j=1}^m X_{xj} X_{yj}}{\sqrt{\sum_{j=1}^m X_{xj}^2} \sqrt{\sum_{j=1}^m X_{yj}^2}}$
Mahalanobisa	$d_{xy}^{MH} = \sqrt{(O_x - O_y) \Sigma^{-1} (O_x - O_y)^T},$ gdzie $O_x - O_y$ to wektor różnicy między wektorem wartości x -tego a y -tego obiektu, a Σ^{-1} to odwrotność macierzy kowariancji zbioru wartości

Źródło: opracowanie własne na podstawie [Blanco-Mallo i in., 2023], [Gultom i in., 2018], [Roszkowska, 2024].

2. Charakterystyka zbioru danych

Do realizacji głównego celu, czyli oceny wpływu pięciu przedstawionych w pracy miar odległości na ranking obiektów otrzymanych metodą Hellwiga, posłużono się zbiorem danych pochodzących z sondażu zleconego przez Parlament Europejski pod nazwą *Standard Eurobarometer 98 – Winter 2022-2023*, który znajduje się na stronie europa.eu. Projekt Eurobarometru zaczęto realizować w 1974 z inicjatywy Jacques’a-René Rabiera, dyrektora generalnego ds. informacji w Komisji Europejskiej. Jego pierwotnym celem było „ujawnienie Europejczyków samym sobie”.

W tym artykule za pomocą danych z sondażu zostanie przeprowadzona analiza poziomu ufności obywateli w krajach Unii Europejskiej. Zaufanie można określić jako jeden z fundamentalnych elementów kapitału społecznego. Ma ono kluczowy wpływ na utrzymanie dobrobytu, w tym np. rozwoju gospodarczego. Zatem można powiedzieć, że im wyższy poziom ufności ma dane państwo, tym obywatelom żyje się lepiej, ponieważ uważają, że najważniejsze instytucje w ich kraju, i nie tylko, są wiarygodne [<https://ourworldindata.org/trust>, 2016].

W badaniu rozważamy zbiór 27 obiektów, którymi są państwa należące do Unii Europejskiej. Obiekty te są opisywane przez 12 zmiennych diagnostycznych, przedstawiających procent ludności danego kraju, deklarującej zaufanie do następujących instytucji: Media (M), Partie Polityczne (PP), Wymiar sprawiedliwości (WS), Policja (P), Armia (A), Władze regionalne lub lokalne (W), Opieka medyczna (OM), Rząd (RZ), Parlament (PA), Unia Europejska (UE), ONZ (O), NATO (N).

Dobór zmiennych był przeprowadzony według określonych kryteriów formalnych i merytorycznych. Z punktu widzenia prowadzonych badań zmienne uwzględnione w analizie powinny posiadać własności, takie jak: porównywalność, słabe skorelowanie zmiennych ze sobą (pozwalające uniknąć powielania informacji) oraz odpowiednie zróżnicowanie. Na pierwszym etapie analizy dokonano więc eliminacji wskaźników, dla których współczynnik zmienności nie przekraczał 10%. W celu dalszej redukcji zmiennych zbudowano macierz korelacji między wszystkimi zmiennymi oraz wyznaczono macierz do niej odwrotną. Dokonując analizy elementów na głównej przekątnej macierzy odwrotnej, wyeliminowano zmienne, dla których wartość diagonalna przekraczała liczbę 10 (wartość umowna), [Młodak, 2006]. Ostatecznie ze zbioru 12 zmiennych do badania oraz konstrukcji rankingów klasyczną oraz zmodyfikowaną metodą Hellwiga wybrano 5 zmiennych: M, A, W, OM, N oznaczające kolejno procent ludności danego kraju deklarujący zaufanie do mediów, armii, władz regionalnych lub lokalnych, opieki medycznej, oraz NATO (tab. 2).

Tab. 2. Ostateczny zbiór obiektów i zmiennych diagnostycznych przyjętych do badania

Państwo	M (%)	A (%)	W (%)	OM (%)	N (%)
Austria	46	70	64	75	38
Belgia	47	82	62	86	58
Bułgaria	39	49	45	53	31
Chorwacja	33	66	34	65	42
Cypr	32	69	52	71	18
Czechy	41	75	63	82	61
Dania	62	88	78	91	86
Estonia	41	74	49	73	57
Finlandia	73	96	69	88	75
Francja	21	80	58	86	41
Grecja	19	79	37	66	21
Hiszpania	27	71	47	87	40
Holandia	58	80	69	94	76
Irlandia	46	86	67	84	56
Litwa	37	79	54	64	70
Luksemburg	43	76	77	87	55
Łotwa	47	68	59	62	60
Malta	39	78	66	91	56
Niemcy	43	65	70	80	54
Polska	37	58	51	59	66
Portugalia	55	74	56	85	49
Rumunia	36	61	42	52	46
Słowacja	31	51	50	62	30

Państwo	M (%)	A (%)	W (%)	OM (%)	N (%)
Słowenia	25	63	47	58	32
Szwecja	59	88	75	89	66
Węgry	30	54	59	52	53
Włochy	45	70	42	68	41

Źródło: opracowanie własne.

3. Zastosowanie klasycznej i zmodyfikowanej metoda Hellwiga do oceny poziomu zaufania państw UE względem wybranych instytucji

Zgodnie z Etapem 1 procedury Hellwiga został wybrany zbiór danych, ostatecznie przyjęty do dalszych analiz, który zaprezentowano w Tab. 2. Obiektami są państwa członkowskie Unii Europejskiej, zaś zmiennymi diagnostycznymi są M, A, W, OM, N. Wszystkie przyjęte w badaniu zmienne mają charakter stymulant.

Powołując się na Etap 2 procedury Hellwiga, po dokonaniu wstępnej analizy danych, zostały wyznaczone współrzędne punktu idealnego (wzorca rozwoju):

$$X^+ = [73; 96; 78; 94; 86].$$

Zgodnie z Etapem 3 ustalono wagi zmiennych diagnostycznych. Ze względu na brak wyraźnych przesłanek przewagi jednych zmiennych nad drugimi, w badaniu zdecydowano się zastosować jednakowe wagi.

Następnie został przeprowadzony proces normalizacji zmiennych (Etap 4). Ze-standardyzowany zbiór danych przedstawiono w Tab. 3.

Tab. 1. Znormalizowane wartości zmiennych diagnostycznych

Państwo	M	A	W	OM	N
Austria	0,387	-0,195	0,579	0,042	-0,789
Belgia	0,467	0,860	0,411	0,866	0,421
Bułgaria	-0,175	-2,043	-1,017	-1,607	-1,213
Chorwacja	-0,657	-0,547	-1,941	-0,708	-0,547
Cypr	-0,738	-0,283	-0,429	-0,258	-1,999
Czechy	-0,015	0,244	0,495	0,566	0,603
Dania	1,672	1,388	1,754	1,240	2,116
Estonia	-0,015	0,156	-0,681	-0,108	0,361
Finlandia	2,555	2,092	0,998	1,016	1,450
Francja	-1,621	0,684	0,075	0,866	-0,607
Grecja	-1,782	0,596	-1,689	-0,633	-1,818
Hiszpania	-1,139	-0,108	-0,849	0,941	-0,668
Holandia	1,350	0,684	0,998	1,465	1,511

Państwo	M	A	W	OM	N
Irlandia	0,387	1,212	0,830	0,716	0,300
Litwa	-0,336	0,596	-0,261	-0,782	1,148
Luksemburg	0,146	0,332	1,670	0,941	0,240
Łotwa	0,467	-0,371	0,159	-0,932	0,542
Malta	-0,175	0,508	0,746	1,240	0,300
Niemcy	0,146	-0,635	1,082	0,416	0,179
Polska	-0,336	-1,251	-0,513	-1,157	0,905
Portugalia	1,109	0,156	-0,093	0,791	-0,123
Rumunia	-0,416	-0,987	-1,269	-1,681	-0,305
Słowacja	-0,818	-1,867	-0,597	-0,932	-1,273
Słowenia	-1,300	-0,811	-0,849	-1,232	-1,152
Szwecja	1,431	1,388	1,502	1,090	0,905
Węgry	-0,898	-1,603	0,159	-1,681	0,119
Włochy	0,306	-0,195	-1,269	-0,483	-0,607

Źródło: opracowanie własne.

Po dokonaniu normalizacji, w kolejnym kroku, zgodnie z Etapem 5, wyznaczono ważoną macierz danych, mnożąc zestandaryzowaną wartość każdej zmiennej przez jej wagę. Powstały zbiór przedstawia Tab. 4.

Tab. 2. Zestandaryzowany oraz ważony zbiór danych

Państwo	M	A	W	OM	N
Austria	0,077	-0,039	0,116	0,008	-0,158
Belgia	0,093	0,172	0,082	0,173	0,084
Bułgaria	-0,035	-0,409	-0,203	-0,321	-0,243
Chorwacja	-0,131	-0,109	-0,388	-0,142	-0,109
Cypr	-0,148	-0,057	-0,086	-0,052	-0,400
Czechy	-0,003	0,049	0,099	0,113	0,121
Dania	0,334	0,278	0,351	0,248	0,423
Estonia	-0,003	0,031	-0,136	-0,022	0,072
Finlandia	0,511	0,418	0,200	0,203	0,290
Francja	-0,324	0,137	0,015	0,173	-0,121
Grecja	-0,356	0,119	-0,338	-0,127	-0,364
Hiszpania	-0,228	-0,022	-0,170	0,188	-0,134
Holandia	0,270	0,137	0,200	0,293	0,302
Irlandia	0,077	0,242	0,166	0,143	0,060
Litwa	-0,067	0,119	-0,052	-0,156	0,230
Luksemburg	0,029	0,066	0,334	0,188	0,048
Łotwa	0,093	-0,074	0,032	-0,186	0,108
Malta	-0,035	0,102	0,149	0,248	0,060
Niemcy	0,029	-0,127	0,216	0,083	0,036

Państwo	M	A	W	OM	N
Polska	-0,067	-0,250	-0,103	-0,231	0,181
Portugalia	0,222	0,031	-0,019	0,158	-0,025
Rumunia	-0,083	-0,197	-0,254	-0,336	-0,061
Słowacja	-0,164	-0,373	-0,119	-0,186	-0,255
Słowenia	-0,260	-0,162	-0,170	-0,246	-0,230
Szwecja	0,286	0,278	0,300	0,218	0,181
Węgry	-0,180	-0,321	0,032	-0,336	0,024
Włochy	0,061	-0,039	-0,254	-0,097	-0,121

Źródło: opracowanie własne.

Następnie obliczono znormalizowane ważne współrzędne wzorca:

$$\tilde{Z}^+ = [0,511; 0,418; 0,351; 0,293; 0,423]$$

Zgodnie z Etapem 6 klasycznej metody Hellwiga została obliczona odległość euklidesowa, a także pozostałe odległości przedstawione w Tab.1., służące do przeprowadzenia modyfikacji klasycznej procedury Hellwiga. Wartości wyznaczonych odległości obiektów od punktu idealnego zostały przedstawione w Tab. 5.

Tab. 3. Odległości obiektów (krajów UE) od wzorca rozwoju wyznaczone pięcioma miarami odległości

Państwo \ Odległość	Euklidesowa	Manhattan	Czeby-szewska	Cosinusowa	Mahalanobisa
Austria	0,933	1,992	0,581	1,003	3,322
Belgia	0,661	1,391	0,418	0,097	2,328
Bułgaria	1,453	3,207	0,827	1,826	4,380
Chorwacja	1,308	2,876	0,739	1,806	4,158
Cypr	1,283	2,738	0,823	1,782	4,259
Czechy	0,767	1,618	0,514	0,236	2,984
Dania	0,230	0,362	0,177	0,019	1,543
Estonia	0,935	2,054	0,514	1,083	3,001
Finlandia	0,221	0,374	0,151	0,022	1,317
Francja	1,096	2,117	0,835	1,278	4,587
Grecja	1,453	3,061	0,867	1,766	4,778
Hiszpania	1,154	2,361	0,739	1,560	4,832
Holandia	0,418	0,795	0,282	0,050	2,750
Irlandia	0,638	1,307	0,434	0,139	2,370
Litwa	0,909	1,924	0,578	0,830	3,555
Luksemburg	0,713	1,331	0,482	0,341	3,447
Łotwa	0,921	2,024	0,493	0,916	2,737

Odległość Państwo	Euklidesowa	Manhattan	Czebyszewa	Cosinusowa	Mahalanobisa
Malta	0,757	1,472	0,546	0,387	3,447
Niemcy	0,861	1,759	0,545	0,683	3,666
Polska	1,149	2,467	0,669	1,452	4,089
Portugalia	0,767	1,628	0,448	0,378	3,156
Rumunia	1,315	2,928	0,629	1,782	3,620
Słowacja	1,412	3,094	0,792	1,924	4,524
Słowenia	1,386	3,065	0,771	1,974	4,044
Szwecja	0,370	0,733	0,242	0,025	1,565
Węgry	1,296	2,777	0,739	1,669	4,505
Włochy	1,107	2,446	0,605	1,553	3,324

Źródło: opracowanie własne.

Po wyznaczeniu odległości kolejnym etapem (Etap 7) jest wyznaczenie miary syntetycznej, która pozwoliła uzyskać końcowy ranking obiektów pod względem badanego zjawiska. Wartości miary syntetycznej uzyskane klasyczną i zmodyfikowaną metodą Hellwiga, a także wyznaczone na ich podstawie rankingi prezentują Tab. 6 i Tab. 7, odpowiednio.

Tab. 4. Wartości miary syntetycznej dla każdego obiektu uzyskane metodą Hellwiga z pięcioma miarami odległości

Odległość Państwo	Euklidesowa	Manhattan	Czebyszewa	Cosinusowa	Mahalanobisa
Austria	0,4410	0,4550	0,4019	0,5822	0,3816
Belgia	0,6043	0,6193	0,5700	0,9595	0,5667
Bułgaria	0,1302	0,1225	0,1486	0,2395	0,1846
Chorwacja	0,2169	0,2130	0,2392	0,2477	0,2259
Cypr	0,2317	0,2509	0,1527	0,2576	0,2072
Czechy	0,5408	0,5574	0,4708	0,9015	0,4446
Dania	0,8621	0,9008	0,8181	0,9920	0,7127
Estonia	0,4403	0,4381	0,4708	0,5487	0,4415
Finlandia	0,8679	0,8976	0,8444	0,9908	0,7549
Francja	0,3438	0,4207	0,1401	0,4675	0,1461
Grecja	0,1299	0,1624	0,1070	0,2645	0,1106
Hiszpania	0,3090	0,3540	0,2393	0,3502	0,1005
Holandia	0,7496	0,7826	0,7102	0,9791	0,4881
Irlandia	0,6177	0,6423	0,5535	0,9419	0,5589
Litwa	0,4558	0,4737	0,4047	0,6543	0,3383

Odległość Państwo	Euklidesowa	Manhattan	Czebyszewa	Cosinusowa	Mahalano-bisa
Luksemburg	0,5731	0,6359	0,5039	0,8581	0,3584
Łotwa	0,4486	0,4463	0,4928	0,6186	0,4905
Malta	0,5467	0,5971	0,4377	0,8388	0,3584
Niemcy	0,4842	0,5188	0,4385	0,7155	0,3176
Polska	0,3118	0,3251	0,3117	0,3952	0,2389
Portugalia	0,5405	0,5545	0,5390	0,8425	0,4125
Rumunia	0,2127	0,1988	0,3521	0,2576	0,3261
Słowacja	0,1547	0,1535	0,1849	0,1984	0,1579
Słowenia	0,1700	0,1613	0,2062	0,1778	0,2472
Szwecja	0,7782	0,7994	0,7508	0,9897	0,7086
Węgry	0,2237	0,2401	0,2392	0,3050	0,1615
Włochy	0,3370	0,3307	0,3775	0,3531	0,3813

Źródło: opracowanie własne.

Tab. 5. Pozycje krajów UE w rankingach uzyskanych metodą Hellwiga z pięcioma miarami odległości

Odległość Państwo	Euklide-sowa	Manhat-tan	Czeby-szewa	Cosinu-sowa	Mahalano-bisa
Austria	14	13	15	14	11
Belgia	6	7	5	5	4
Bułgaria	26	27	25	25	22
Chorwacja	22	22	21	24	20
Cypr	20	20	24	22	21
Czechy	9	9	10	7	8
Dania	2	1	2	1	2
Estonia	15	15	10	15	9
Finlandia	1	2	1	2	1
Francja	16	16	26	16	25
Grecja	27	24	27	21	26
Hiszpania	19	17	19	19	27
Holandia	4	4	4	4	7
Irlandia	5	5	6	6	5
Litwa	12	12	14	12	15
Luksemburg	7	6	8	8	14
Łotwa	13	14	9	13	6
Malta	8	8	13	10	13
Niemcy	11	11	12	11	17
Polska	18	19	18	17	19

Państwo \ Odległość	Euklidesowa	Manhattan	Czebyszewa	Cosinusowa	Mahalanobisa
Portugalia	10	10	7	9	10
Rumunia	23	23	17	23	16
Słowacja	25	26	23	26	24
Słowenia	24	25	22	27	18
Szwecja	3	3	3	3	3
Węgry	21	21	20	20	23
Włochy	17	18	16	18	12

Źródło: opracowanie własne.

W literaturze można spotkać różne podejścia do oceny stabilności rankingów. Oczywiście ocena wzrokowa może być tu niewystarczająca. Dlatego też w pracy zastosowano analizę korelacyjną. Do oceny stabilności powstałych rankingów wykorzystano współczynniki nieparametryczne korelacji rang Spearmana oraz tau Kendalla. Szczegółowe wyniki przedstawiono w kolejnym rozdziale pracy.

4. Dyskusja wyników

Analizując wyniki otrzymane w rozdziale 3 możemy zauważyć, że otrzymane wartości miernika syntetycznego (Tab. 6) w zależności od zastosowanej odległości w metodzie Hellwiga przyjmowały najwyższą wartość równą: 0,868 dla odległości Euklidesowej, 0,901 dla odległości Manhattan, 0,844 dla odległości Czebyszewa, 0,992 dla odległości Cosinusowej oraz 0,755 dla odległości Mahalanobisa. Największa różnica pomiędzy wartością największą a najmniejszą miernika syntetycznego miała miejsce w przypadku odległości Cosinusowej i wynosiła 0,814, a najmniejsza dla odległości Mahalanobisa wynosząca 0,654. Świadczy to o zróżnicowaniu krajów UE w poziomie zaufania do wybranych instytucji.

Państwami, które posiadały najwyższy poziom ufności, były kraje skandynawskie, tzn. Finlandia, Dania oraz Szwecja. Znajdowały się one w pierwszej trójce w każdym rankingu (Tab. 7). Finlandia i Dania w zależności od zastosowanej miary odległości zajmowały pierwszą lub drugą pozycję w rankingu, natomiast Szwecja niezależnie w każdym przypadku zajmowała trzecią lokatę. Zgodnie z rankingami przedstawionymi w Tab. 7 najniższą pozycję w rankingu uzyskanym metodą Hellwiga z odległościami Euklidesową i Czebyszewa miała Grecja, z odległością Manhattan – Bułgaria, z odległością Cosinusową – Słowenia, a z odległością Mahalanobisa – Hiszpania. Warto w tym miejscu dodać, że Bułgaria w zależności od zastosowanej miary poprawiała swój ranking nawet o 5 miejsc (z 27 pozycji przy odległości

Manhattan do 22 pozycji przy odległości Mahalanobisa), Grecja – o 6 miejsc (z pozycji 27 przy odległości Euklidesowej i Czebyszewa do 21 pozycji przy odległości Cosinusowej), Słowenia – o 9 miejsc (z pozycji 27 przy odległości Cosinusowej do 18 pozycji przy odległości Mahalanobisa) a Hiszpania – o 10 miejsc (z pozycji 27 przy odległości Mahalanobisa do pozycji 17 przy odległości Manhattan).

Wszystkie różnice pomiędzy pozycjami państw w rankingach zostały przedstawione w Tab. 8. Największe rozbieżności znajdują się pomiędzy rankingami wyznaczonymi za pomocą odległości Mahalanobisa z odległościami Manhattan oraz Cosinusową. Państwem, które posiada największe różnice pozycji w rankingach jest Francja, która w rankingu uzyskanym metodą Hellwiga z odległością Czebyszewa zajmuje 26 pozycję, a w rankingach uzyskanych z zastosowaniem odległości Euklidesowej, Manhattan i Cosinusowej przyjmuje 16 pozycję, oraz wspomniana wcześniej Hiszpania. Szwecja jest jedynym krajem, które zachowało trzecią pozycję we wszystkich rankingach, niezależnie od zastosowanej miary odległości.

Tab. 6. Różnice w pozycjach państw pomiędzy rankingami uzyskanymi metodą Hellwiga z pięcioma miarami odległości

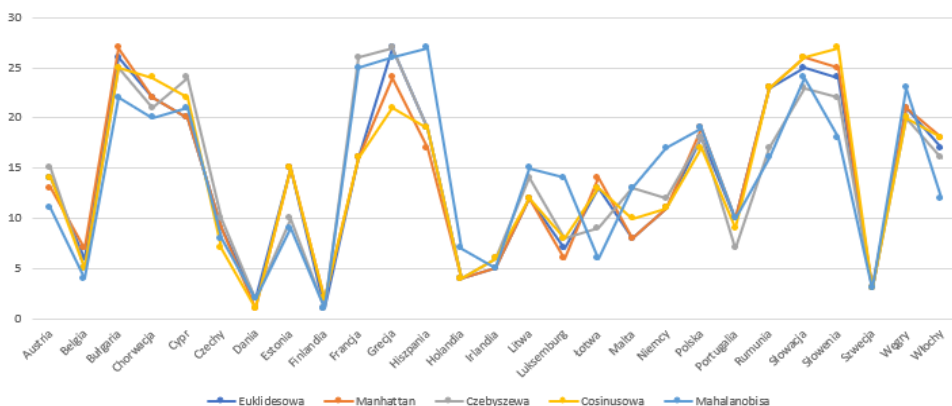
Państwo	E-MT	E-CZ	E-COS	E-MH	MT-CZ	MT-COS	MT-MH	CZ-COS	CZ-MH	COS-MH
Austria	1	-1	0	3	-2	-1	2	1	4	3
Belgia	-1	1	1	2	2	2	3	0	1	1
Bułgaria	-1	1	1	4	2	2	5	0	3	3
Chorwacja	0	1	-2	2	1	-2	2	-3	1	4
Cypr	0	-4	-2	-1	-4	-2	-1	2	3	1
Czechy	0	-1	2	1	-1	2	1	3	2	-1
Dania	1	0	1	0	-1	0	-1	1	0	-1
Estonia	0	5	0	6	5	0	6	-5	1	6
Finlandia	-1	0	-1	0	1	0	1	-1	0	1
Francja	0	-10	0	-9	-10	0	-9	10	1	-9
Grecja	3	0	6	1	-3	3	-2	6	1	-5
Hiszpania	2	0	0	-8	-2	-2	-10	0	-8	-8
Holandia	0	0	0	-3	0	0	-3	0	-3	-3
Irlandia	0	-1	-1	0	-1	-1	0	0	1	1
Litwa	0	-2	0	-3	-2	0	-3	2	-1	-3
Luksem-	1	-1	-1	-7	-2	-2	-8	0	-6	-6
Łotwa	-1	4	0	7	5	1	8	-4	3	7
Malta	0	-5	-2	-5	-5	-2	-5	3	0	-3
Niemcy	0	-1	0	-6	-1	0	-6	1	-5	-6
Polska	-1	0	1	-1	1	2	0	1	-1	-2

Państwo	E-MT	E-CZ	E-COS	E-MH	MT-CZ	MT-COS	MT-MH	CZ-COS	CZ-MH	COS-MH
Portugalia	0	3	1	0	3	1	0	-2	-3	-1
Rumunia	0	6	0	7	6	0	7	-6	1	7
Słowacja	-1	2	-1	1	3	0	2	-3	-1	2
Słowenia	-1	2	-3	6	3	-2	7	-5	4	9
Szwecja	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Węgry	0	1	1	-2	1	1	-2	0	-3	-3
Włochy	-1	1	-1	5	2	0	6	-2	4	6

Oznaczenia: E – odległość Euklidesowa, MT – odległość Manhattan, CZ – odległość Czebyszewa, COS – odległość Cosinusowa, MH – odległość Mahalanobisa.

Źródło: opracowanie własne.

Ponadto, pozycje państw w zależności od zastosowanej miary odległości zostały zaprezentowane na Rys. 1.



Rys. 1. Pozycje państw UE w rankingach uzyskanych metodą Hellwiga z różnymi odległościami

Źródło: opracowanie własne.

Polska, w zależności od zastosowanej odległości zajmowała 17 (przy odległości Cosinusowej), 18 (przy odległości Euklidesowej i Czebyszewa) oraz 19 (przy odległości Manhattan i Mahalanobisa) miejsce w rankingach.

Ostatnim krokiem porównania rankingów było wyznaczenie współczynników korelacji rang Spearmana oraz tau Kendalla w celu sprawdzenia zależności między otrzymanymi rankingami. Są to nieparametryczne odpowiedniki korelacji Pearsona, stosowane w badaniach zamiennie, w szczególności, gdy zmienne wyrażone są w skali porządkowej. Do ich obliczenia został wykorzystany pakiet Statistica,

a otrzymane wyniki zostały zaprezentowane w Tab. 9. i Tab. 10. Wszystkie otrzymane współczynniki były statystycznie istotne przy poziomie $p < 0,05$ (zostały wyróżnione kolorem czerwonym).

Tab. 7. Macierz współczynników korelacji rang Spearmana dla rankingów uzyskanych metodą Hellwiga z różnymi miarami odległości

	Euklidesowa	Manhattan	Czebyszewa	Cosinusowa	Mahalanobisa
Euklidesowa	1,000	0,993	0,925	0,978	0,844
Manhattan	0,993	1,000	0,910	0,984	0,812
Czebyszewa	0,925	0,910	1,000	0,910	0,925
Cosinusowa	0,978	0,984	0,910	1,000	0,824
Mahalanobisa	0,844	0,812	0,925	0,824	1,000

Źródło: opracowanie własne.

Tab. 8. Macierz współczynników korelacji tau Kendalla dla rankingów uzyskanych metodą Hellwiga z różnymi miarami odległości

	Euklidesowa	Manhattan	Czebyszewa	Cosinusowa	Mahalanobisa
Euklidesowa	1,000	0,954	0,810	0,903	0,658
Manhattan	0,954	1,000	0,765	0,903	0,613
Czebyszewa	0,810	0,765	1,000	0,770	0,787
Cosinusowa	0,903	0,903	0,770	1,000	0,630
Mahalanobisa	0,658	0,613	0,787	0,630	1,000

Źródło: opracowanie własne.

Z Tab. 9 wynika, że wszystkie otrzymane współczynniki korelacji rang Spearmana były większe od wartości 0,8. Wskazuje to na silną korelację między uzyskanymi rankingami. Najbardziej zbliżone rankingi zostały uzyskane dla odległości Euklidesowej i odległości Manhattan (0,993). Natomiast najniższy współczynnik, wynoszący 0,812 był pomiędzy rankingiem uzyskanym z odległości Mahalanobisa a rankingiem z odległością Manhattan, co potwierdza uzyskane wyniki w Tab. 8.

Z Tab. 10 wynika, że współczynniki korelacji tau Kendalla były w każdym przypadku niższe w porównaniu do współczynników rang Spearmana (Tab. 9). W przypadku korelacji między rankingami uzyskanymi metodą Hellwiga z odległością Euklidesową a Manhattan oraz Euklidesową a Cosinusową można je określić jako silne (powyżej 0,9). Natomiast w pozostałych przypadkach korelacje były dość silne (pomiędzy 0,7 a 0,9) oraz umiarkowane (pomiędzy 0,4 a 0,7). Najniższą wartość współczynnika korelacji (0,613) można zaobserwować między rankingiem otrzymanym za pomocą odległości Mahalanobisa a rankingiem z odległością Manhattan.

Podsumowanie

Głównym celem pracy było zaprezentowanie metody porządkowania liniowego wprowadzonej przez Z. Hellwiga, zaproponowanie jej modyfikacji polegającej na zastąpieniu odległości Euklidesowej innymi miarami oraz analiza na ile wybrane metody odległości wpływają na ranking końcowy obiektów. W modyfikacji metody zastosowano odległości: Manhattan, Czebyszewa, Cosinusową oraz Mahalanobisa. Do identyfikacji różnic między uzyskanymi rankingami wykorzystano korelację nieparametryczną, tzn. współczynniki korelacji rang Spearmana oraz tau Kendalla, które pozwalają na analizę zależności między danymi określonymi na skali porządkowej.

Analizując otrzymane odległości obiektów od wzorca, można było stwierdzić, że odległość Mahalanobisa przewyższała wartości uzyskane przy pomocy pozostałych miar. Natomiast odległość Czebyszewa oraz Cosinusowa wskazywały, że obiekty były najbliżej punktu idealnego, co może sugerować, że miary te, mogą lepiej określać podobieństwa między obiektami.

Otrzymane rankingi wskazywały na pewne różnice w pozycjach obiektów w zależności od zastosowanej odległości. Istniały przypadki, w których pozycja państwa zmieniała się nawet o dziesięć pozycji. We wszystkich rankingach kraje skandynawskie, takie jak Finlandia, Dania i Szwecja zajmowały najwyższe pozycje, a tym samym wskazywały na najwyższy poziom zaufania obywateli do wybranych instytucji.

Współczynniki korelacji rang Spearmana wskazywały na wysoką zgodność między rankingami, zwłaszcza pomiędzy odległością Euklidesową i Manhattan. Jedynie odległość Mahalanobisa z odległością Manhattan wykazywały nieco mniejszą korelację w porównaniu do pozostałych. Natomiast współczynniki tau Kendalla, mimo, że były niższe niż Spearmana, to wykazywały podobne zależności.

Różnice i podobieństwa w otrzymanych rankingach mogą wynikać z kilku czynników, np. odległość Mahalanobisa bierze pod uwagę korelację między zmiennymi, co może wpłynąć na rankingi w przypadku silnie skorelowanych zmiennych. Niektóre miary, jak odległość Czebyszewa, są bardziej wrażliwe na skrajne wartości, ponieważ koncentrują się na różnicy między wartościami zmiennych. W przypadku odległości Cosinusowej, gdzie mierzony jest kąt między wektorami, liczy się kierunek, a nie długość wektora, przez co rankingi mogą się różnić od tych uzyskanych za pomocą miar, które koncentrują się na wielkości wektorów.

Zastosowanie w metodzie Hellwiga różnych miar odległości miało wpływ na rankingi końcowe, jednak współczynniki korelacji w wielu przypadkach wskazy-

wały na silną lub prawie silną korelację. Opisane w pracy badanie pozwala stwierdzić, że dokonując wyboru metody odległości należy być ostrożnym. Badanie to pozwoliło na pełniejsze zrozumienie wpływu różnych odległości na tworzenie rankingów za pomocą metody Hellwiga, co może być istotne w kontekście analizy danych oraz podejmowania decyzji na ich podstawie.

Badania zostały sfinansowane z grantu Politechniki Białostockiej (WZ/WI-IIT/2/2022).

ORCID iD

Marzena Filipowicz-Chomko: <https://orcid.org/0000-0003-3041-4063>

Literatura

1. Bartosiewicz S. (1976), *Propozycja metody tworzenia zmiennych syntetycznych (Proposed method for creating synthetic variables.)*, Zeszyty Naukowe AE we Wrocławiu, 84, s. 5-7.
2. Bąk A. (2016), *Porządkowanie liniowe obiektów metodą Hellwiga i TOPSIS – analiza porównawcza*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, 426, s. 22-31.
3. Blanco-Mallo E., Morán-Fernández L., Remeseiro B., Bolón-Canedo V. (2023), *Do all roads lead to Rome? Studying distance measures in the context of machine learning*, Pattern Recognition, 141.
4. Borys T. (1978), *Metody normowania cech w statystycznych badaniach porównawczych (Methods of normalizing characteristics in statistical comparative studies)*, Przegląd Statystyczny, 2, s. 227-239.
5. Di Domizio M. (2008), *The competitive balance in the Italian football league: A taxonomic approach*, Department of Communication, University of Teramo, 48.
6. Gultom S., Sriadhi S., Martiano M., Simarmata J. (2018), *Comparison analysis of K-Means and KMedoid with Euclidean Distance Algorithm, Chanberra Distance, and Chebyshev Distance for Big Data Clustering*, IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering, 420.
7. Hellwig Z. (1968), *Application of the taxonomic method to the typological division of countries due to the level of their development and the structure of qualified personnel*, Statistical Review, 4, s. 307-327.
8. Hellwig Z. (1972a), *On the Optimal Choice of Predictors*, In Z. Gostkowski (Ed.), *Towards a system of human capital resources indicators for less developed countries papers*

- prepared for a UNESCO research project, pp. 69-90, Wrocław: Ossolineum, Polish Academy of Sciences Press.
9. Hellwig Z. (1972b), *Procedure of Evaluating High-Level Manpower Data and Typology of Countries by Means of the Taxonomic Method*, In Z. Gostowski (Ed.), *Towards a system of human resources indicators for less developed countries*, papers prepared for a UNESCO research project, pp. 115-134, Wrocław: Ossolineum, Polish Academy of Sciences.
10. Hwang C.L., Yoon K. (1981), *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*, Springer Verlag.
11. Jefmański B. (2019), *Intuitionistic Fuzzy Synthetic Measure for Ordinal Data*. In *Conference of the Section on Classification and Data Analysis of the Polish Statistical Association*, Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, pp. 53-72.
12. Kisielińska J. (2016), *Ranking państw UE ze względu na potencjalne możliwości zaspokojenia zapotrzebowania na produkty rolnicze z wykorzystaniem metod porządkowania liniowego (Ranking of EU countries due to the potential possibilities of meeting the demand for agricultural products using linear ordering methods)*, *Problemy Rolnictwa Światowego*, 16(3), s. 142-152.
13. Kukula K. (1994), *O pewnej metodzie relatywizacji cech diagnostycznych z preferowaniem wartości ponadprzeciętnych*, *Przegląd Statystyczny*, 2.
14. Kukula K. (2000), *Metoda unitaryzacji zerowanej (The method of zero-standardization)*, PWN, Warszawa.
15. Łuczak A., Wysocki F. (2007), *Rozmyta Wielokryterialna Metoda Hellwiga Porządkowania Liniowego Obiektów [Fuzzy MultiCriteria Hellwig's Method of Linear Ordering of Objects]*, *Pr. Nauk. Akad. Ekon. We Wrocławiu. Taksonomia 2007*, 14, s. 330-340.
16. Młodak A. (2006), *Analiza Taksonomiczna w statystyce regionalnej (Taxonomic analysis in regional statistics)*, Difin, Warszawa.
17. Nowak E. (1977), *Syntetyczne mierniki plonów w krajach europejskich (Synthetic measure of crops in European countries)*, *Wiadomości Statystyczne*, 10, s. 19-22.
18. Our World in Data, <https://ourworldindata.org/trust> [July 2016].
19. Panek T. (2009), *Statystyczne metody wielowymiarowej analizy porównawczej*, SGH, Warszawa.
20. Panek T. (2016), *Jakość życia. Od koncepcji do pomiaru*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa.
21. Pawlas I. (2016), *Economic Picture of the Enlarged European Union in the Light of Taxonomic Research*, *Proceedings of MAC-EMM 2016*, 5th-6th August 2016 in Prague.
22. Perkal J. (1953), *Taksonomia wrocławska (Wrocław's taxonomy)*, *Przegląd Antropologiczny*, 19, *Polskie Towarzystwo Antropologiczne i Polskie Zakłady Antropologii*, Poznań, s. 209-219.

23. Reiff M., Surmanová K., Balcerzak A. P., Pietrzak M. B. (2016), *Multiple criteria analysis of european union agriculture*, Journal of International Studies, 9(3), s. 62-74.
24. Roszkowska E. (2021), *The Intuitionistic Fuzzy Framework for Evaluation and Rank Ordering the Negotiation Offers*. In *Intelligent and Fuzzy Techniques for Emerging Conditions and Digital Transformation*, INFUS 2021, Lecture Notes in Networks and Systems, Kahraman C., Cebi S., Onar S., Oztaysi B., Tolga A.C., Sari I.U. (Eds.), Springer, Cham, Switzerland, 308, pp. 58-65.
25. Roszkowska E. (2024), *Modifying Hellwig's Method for Multi-Criteria Decision-Making with Mahalanobis Distance for Addressing Asymmetrical Relationships*, Symmetry, 16(1).
26. Roszkowska E., Filipowicz-Chomko M. (2021), *Measuring Sustainable Development Using an Extended Hellwig Method: A Case Study of Education*, Social Indicators Research, 153, s. 299-322.
27. Roszkowska E., Filipowicz-Chomko M., Łyczkowska-Hanćkowiak A., Majewska E. (2024), *Extended Hellwig's Method Utilizing Entropy-Based Weights and Mahalanobis Distance: Applications in Evaluating Sustainable Development in the Education Area*, Entropy, 26, 197.
28. Roszkowska E., Jefmański B., Kusterka-Jefmańska M. (2022), *On Some Extension of Intuitionistic Fuzzy Synthetic Measures for Two Reference Points and Entropy Weight*, Entropy, 24, 1081.
29. Sokołowska D., Filipowicz-Chomko M. (2015), *Ocena rozwoju społeczno-gospodarczego powiatów województwa podlaskiego z zastosowaniem metod TOPSIS oraz Hellwiga*, Optimum. Studia Ekonomiczne, 6, 78.
30. Standard Eurobarometer 98 – Winter 2022-2023, <https://europa.eu/eurobarometer/surveys/detail/2872> [February 2023].
31. Strahl D. (1978), *Propozycja konstrukcji miary syntetycznej (A proposal for the construction of a synthetic measure)*, Przegląd Statystyczny, 25(2), s. 205-215.
32. Walesiak M. (2014), *Przegląd formuł normalizacji wartości zmiennych oraz ich własności w statystycznej analizie wielowymiarowej (Review of formulas for normalization of the values of variables and their properties in statistical multidimensional analysis)*, Przegląd Statystyczny, 4, s. 363-372.

The effect of the choice of distance measures on the ranking of objects obtained by Hellwig's method

Abstract

The purpose of this thesis is to present one of the methods of linear ordering - the Hellwig method using different distance measures, and then to examine whether the measures used affect the final ranking of objects. In modifying the method, the following distances were used: Manhattan, Chebyshev, Cosine and Mahalanobis. The approach was used to assess the countries of the European Union in terms of the level of trust of EU citizens in selected institutions. The data comes from an opinion poll conducted by the European Commission called Standard Eurobarometer 98 - Winter 2022-2023, and includes the percentage of a country's citizens who trust institutions such as the police, the media, medical care and NATO. In addition, a correlation analysis of the rankings was conducted using Spearman's rank correlation coefficients and tau Kendall. The result was five rankings of European Union countries in terms of trust levels. The use of different distance measures in Hellwig's method influenced the final rankings, although the correlation coefficients in many cases indicated a strong correlation.

Key words

Hellwig's method, ranking of objects, distance measures, comparative analysis